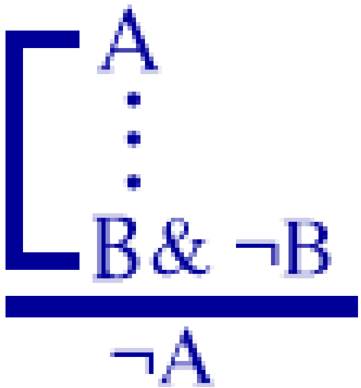
APUNTES DE LÓGICA 2015

TERCERA UNIDAD

Leyes, Derivaciones y Lógica Cuantificacional

CÉSAR AUGUSTO POMA HENOSTROZA

3



UNIDAD

¿QUÉ SON LEYES LÓGICAS Y DE QUÉ MANERA SE EMPLEA EN LAS DEDUCCIONES NATURALES?

Lección No 8

LEYES LÓGICAS

8.1 PRINCIPIOS LÓGICOS CLÁSICOS: (GRIEGOS)

a) **Identidad: "**Una cosa es idéntica a si misma", es decir, para los griegos no hay dos cosas idénticas, todas las cosas son distintas. Simbólicamente:

$A \rightarrow A$; $A \equiv A$

b) **No Contradicción:** "Es imposible que una cosa sea y no sea a la vez", es decir, es imposible que una proposición sea falsa y verdadera a la vez. Simbólicamente: $\sim(A \wedge \sim A)$

c) **Tercio Excluido:** "Una cosa es o no es". La tercera posibilidad no existe. Simbólicamente: $A \vee \sim A$

8.2 LEYES DE EQUIVALENCIA:

a) **Conmutación (CONM)**

$A \wedge B \equiv B \wedge A$ | $A \vee B \equiv B \vee A$ | $A \leftrightarrow B \equiv B \leftrightarrow A$

b) **Asociatividad (ASOC)**

$$A \wedge B \wedge C \equiv (A \wedge B) \wedge C \equiv A \wedge (B \wedge C)$$

$$A \vee B \vee C \equiv (A \vee B) \vee C \equiv A \vee (B \wedge C)$$

$$A \leftrightarrow B \leftrightarrow C \equiv (A \leftrightarrow B) \leftrightarrow C \equiv A \leftrightarrow (B \leftrightarrow C)$$

c) **Doble Negación (DN):**

$\sim\sim A \equiv A$ | Ejemplo: No es verdad que no te acepto $\equiv$ te acepto

d) **Idempotencia (IDEM):**

$$A \wedge A \wedge A \wedge A \equiv A$$

$$A \vee A \vee A \vee A \equiv A$$

e) Transposición (TRANSP)

$A \rightarrow B \equiv \sim B \rightarrow \sim A$

$A \leftrightarrow B \equiv \sim B \leftrightarrow \sim A$

f) Leyes de De Morgan (DM)

$\sim (A \wedge B) \equiv (\sim A \vee \sim B)$

$\sim (A \vee B) \equiv (\sim A \wedge \sim B)$

$\sim (\sim A \wedge \sim B) \equiv A \vee B$

g) Definición del Condicional (DEF. COND):

$A \rightarrow B \equiv \sim A \vee B$

$A \rightarrow B \equiv \sim (A \wedge \sim B)$

h) Definición de la Bicondicional (DEF. BIC)

$$A \leftrightarrow B \equiv (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$$

8.3 TAUTOLOGÍAS NOTABLES

a) Modus Tollendo Tollens (MTT):

$$\begin{array}{c} A \rightarrow B \\ \underline{\sim B} \\ // \therefore \sim A \end{array} \qquad \begin{array}{c} A \rightarrow \sim B \\ \underline{B} \\ // \therefore \sim A \end{array}$$

b) Modus Ponendo Ponens (MPP):

$$\begin{array}{c} A \rightarrow B \\ \underline{A} \\ // \therefore B \end{array}$$

c) Silogismo Disyuntivo (SD):

$$\begin{array}{l} A \vee B \\ \underline{\sim A \quad\quad} \\ // \therefore B \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{l} A \vee B \\ \underline{\quad\quad \sim B} \\ // \therefore A \end{array}$$

d) Silogismo Hipotético Puro (SHP):

$$\begin{array}{c} A \rightarrow B \\ \underline{B \rightarrow C} \\ // \therefore A \rightarrow C \end{array}$$

e) Adición (AD):

$$\begin{array}{c} \underline{\quad A \quad} \\ // \therefore A \vee B \end{array}$$

f) Conjunción (CONJ):

$$\begin{array}{c} A \\ \underline{\quad B \quad} \\ // \therefore A \wedge B \end{array}$$

g) Simplificación (SIMP):

$$\begin{array}{c} A \wedge B \\ \underline{\quad\quad\quad} \\ // \therefore A \end{array} \qquad \begin{array}{c} A \wedge B \\ \underline{\quad\quad\quad} \\ // \therefore B \end{array}$$

Lección No 9
EL MÉTODO DE LA DEDUCCIÓN NATURAL

9.1 CONCEPTO

Es un método decisorio, que consiste en pasar de un conjunto de fórmulas (premisas), en una secuencia finita de pasos donde cada paso está justificado por una regla lógica del sistema en el que se trabaja, hasta obtener la fórmula que aparecen la conclusión del problema.

Proceso

No hay una secuencia especial a seguir ni tomar algunas reglas rígidas, depende en todo caso del conjunto de premisas y tratar de buscar elementos comunes entre estas y justificar con las reglas de equivalencia o tautologías. Cada acción debe registrarse indicando los números que se trabajan así como la resultante.

El desarrollo de la deducción formal, se realiza a través de dos filas:

1. FILA DE PREMISAS

En esta fila, se registra los números de las premisas originales, que intervienen en la deducción de cada línea así como la conclusión luego de la última premisa seguida del símbolo: // ∴ que significa en conclusión, en consecuencia, luego, etc.

2. FILA DE SECUENCIAS O PASOS

En esta fila, se anotan numéricamente y secuencialmente las formulas que se obtienen cuando se aplican las reglas de equivalencias y/o tautologías notables, es en esta columna donde se deriva hasta hallar la conclusión en la última fila.

Nota: Deben de operarse con todas las premisas. Para la aplicación de las reglas lógicas se puede utilizar una o más premisas y las veces que sean necesarias siempre y cuando se usen las reglas adecuadamente.

FILA DE PREMISAS	P1) p P2) $p \rightarrow q$ P3) $\sim r \rightarrow \sim q$ P4) $s \vee \sim r$ // ∴ s
FILA DE DERIVACIONES	5) MPP (2-1) q 6) MTT (3-5) $\sim \sim r$ 7) DN (6) r 8) SD (4-7) s **FORMULA VALIDA**

9.2 DERIVACIÓN DIRECTA. o (Prueba Directa)

Consiste en demostrar la validez de la argumentación a través de pasos que conduzcan a la conclusión, partiendo de las premisas originales.

DEMOSTRACIÓN

P_1	$\sim s \rightarrow \sim r$		
P_2	$\sim (p \rightarrow s)$		
P_3	$p \rightarrow (\sim q \rightarrow r) // \therefore q$		
4	D.C.	(2)	$\sim (\sim p \vee s)$
5	D.M.	(4)	$p \wedge \sim s$
6	SIMP.	(5)	$\sim s$
7	MPP	(1-6)	$\sim r$
8	SIMP.	(5)	p
9	MPP	(3-8)	$\sim q \rightarrow r$
10	MTT	(7-9)	$\sim \sim q$
11	D.N.	(10)	q

9.3 LA PRUEBA CONDICIONAL

Llamada también demostración condicional, se emplea solo cuando la conclusión de la argumentación es una condicional o implicación. El procedimiento es exactamente similar a la prueba directa con la diferencia de agregar una premisa adicional que es el primer elemento de la condicional (conclusión) y buscar en la fila de derivaciones el otro elemento. En el último paso se debe unir a través de la Prueba Condicional (PC) la premisa adicional y el valor encontrado y de esa manera se ha encontrado la similitud con la conclusión del problema por lo que sería una formula válida.

DEMOSTRACIÓN

1. Se introduce el antecedente de la conclusión como premisa adicional. (P.A.).
2. Se efectúan las deducciones, hasta conseguir el consecuente de la conclusión.
3. Se une la premisa adicional y la expresión conseguida en el último paso, condicionalmente (P.C.). Ejemplo:

P_1	$r \rightarrow t$		
P_2	$p \rightarrow q$		
P_3	$s \vee p$		
P_4	$s \rightarrow r$	$// \therefore \sim q \rightarrow t$	
5	PA	$\sim q$	
6	MTT	(2-5)	$\sim p$
7	S.D	(3-6)	s
8	MPP	(4-7)	r
9	MPP	(1-8)	t
10	P.C.	(5-9)	$\sim q \rightarrow t$

Válido

9.4 LA PRUEBA INDIRECTA O REDUCCIÓN AL ABSURDO

En este método se combinan la Prueba Condicional y la regla de Reducción al Absurdo. Básicamente, consiste en negar toda la conclusión y realizar las deducciones hasta llegar a la contracción.

PROCESO DE PRUEBA POR REDUCCIÓN AL ABSURDO

1. Se niega la conclusión y se introduce como premisa adicional (P.A).
2. Se realiza la derivación hasta conseguir una contradicción.
3. Se une la premisa adicional con la contradicción hallada condicionalmente (P.C.)
4. Se establece la conclusión, sobre la base del paso o anterior, por R.A.

Ejemplo:

P_1	$\sim q$		
P_2	$\sim p \rightarrow q$		
P_3	$r \rightarrow \sim p \quad // \therefore \sim r$		
P_4	P.A		$\sim \sim r$
P5	DN (4)		r
P6	MPP	(3-5)	$\sim p$
P_7	MTT	(2-1)	$\sim \sim p$
P8	DN	(7)	p
P9	CONJ	(6-8)	$p \wedge \sim p$
P_{10}	P.C.	(4-9)	$\sim \sim r \rightarrow (p \wedge \sim p)$
P_{11}	R.A.	(10)	$\sim \sim \sim r$
P12	DN (11)		$\sim r$

ACTIVIDADES

A) Encontrar las conclusiones derivadas, de acuerdo a las reglas aplicadas.

a)

P_1 $p \downarrow p$

P_2 $\sim (r \vee s) \rightarrow p$

P_3 $\sim s \quad // \therefore$

4 N.C. (1)

5 Simp. (4)

6 M.T. (2-5)

7 S.D. (6-3)

b)

P_1 $q \rightarrow r$

P_2 $q \wedge \sim s \quad // \therefore \sim p \rightarrow$

3 Simp. (2)

4 MP (1-3)

5 Simp. (2)

6 Conj. (4-5)

7 Adic. (6)

8 D.Cond. (7)

9 Transp. (8)

c)

P_1 $(p \wedge q) \wedge \sim q$

P_2 $(r \vee s) \rightarrow q$

P_3 $(p \wedge \sim q) \rightarrow t \quad // \therefore$

d)

P_1 $\sim r$

P_2 $t \rightarrow \sim (q \vee s)$

P_3 $p \wedge (\sim r \rightarrow q) \quad // \therefore$

B) Resolver los siguientes ejercicios aplicando las reglas propuestas siguientes:

a)

P1) $\sim p \rightarrow \sim q$

P2) $\sim p$

P3) $\sim r \rightarrow q$ // $\therefore r$

4) MP (1-2)

5) MT (3-4)

6) DN (5)

b)

P1) $p \rightarrow s$

P2) $\sim s$

P3) $\sim p \rightarrow s$ // $\therefore$ s

4) MT (1-2)

5) MP (3-4)

.

c)

P1) $p \rightarrow (q \vee \sim r)$

P2) $p \wedge \sim q$ // $\therefore \sim r$

3) Simp (2)

4) MP (1-3)

5) Simp (2)

6) SD (4-5)

d)

P1) $p \rightarrow (\sim q \rightarrow r)$

P2) $\sim (p \rightarrow s)$

P3) $\sim s \rightarrow \sim r$ // $\therefore q$

4) Df.Cond (2)

5) DM (4)

6) Simp (5)

7) MP (1-6)

8) Trans (3)

9) SHP (7-8)

10) Simp (5)

11) MT (9-10)

12) DN (11)

Aplique la prueba directa y la reducción al absurdo a cada uno de los ejercicios:

a)

P_1 $s \vee \sim t$

P_2 t

P_3 $p \rightarrow \sim s$ // $\therefore \sim p$

b)

P_1 $p \rightarrow \sim (s \rightarrow p)$

P_2 $r \rightarrow p$

P_3 $s \rightarrow r$ // $\therefore \sim p$

c)

P1 $\sim (p \rightarrow q)$

P_2 $\sim p \vee (q \vee r)$ // $\therefore r \vee s$

d)

P1 $\sim (q \rightarrow \sim p)$

P2 $q \rightarrow \sim r$

P3 $\sim p \Leftrightarrow q$ // $\therefore \sim q \wedge \sim r$

Ejercicios de derivaciones: En el margen derecho de cada numeración de los ejercicios, colocar las reglas y alternativas empleadas

1.- P1) $p \rightarrow q$
P2) $p \wedge r$ / $\therefore q$
3) p
4) q

2.- P1) $\sim (r \vee t)$
P2) $s \rightarrow r$ / $\therefore \sim s$
3) $\sim r \wedge \therefore \sim t$
4) $\sim r$
5) $\sim s$

3.- P1) $r \vee s$
P2) $s \rightarrow p$
3) $\sim r$ / $\therefore p$
3) p
4) q

4.- P1): $q \leftrightarrow r$
P2): $q \wedge \rho$ / $\wedge \therefore r$
P3): $(q \rightarrow \rho) \wedge (r \rightarrow q)$
4): $q \rightarrow r$
5): q
6): r

5.- P1): $q \rightarrow r$
P2): $(p \wedge q) \rightarrow \rho$
P3): $\sim (p \wedge r)$/ $\therefore \sim p$
4): $p \rightarrow (p \wedge q)$
5): $p \rightarrow r$
6): $p \rightarrow (p \wedge r)$
7): $\sim p$

6.- P1): $(p \vee q) \rightarrow r$

P2): $p \wedge s$ / $\therefore p \wedge r$

3): p

4): $p \vee q$

5): r

6): $p \wedge r$

7.- P1): $p \rightarrow q$

P2): $q \rightarrow r$

3): $\sim r$

4): $p \vee s$ / $\therefore s$

5): $p \rightarrow r$

6): $\sim p$

7): s

8.- P1): $r \rightarrow \sim s$

P2): $\sim p$

P3): $q \vee r$

P4): $q \leftrightarrow p$ / $\therefore s$

5): $(q \rightarrow p) \wedge (p \rightarrow q)$

6): $q \rightarrow p$

7): $\sim q$

8): r

9) $\sim s$

9.- P1): $(\sim p \wedge \sim q) \leftrightarrow \sim r$

P2): r

P3): $\sim p$ $\therefore q$

4): $[(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow \sim r] \wedge [\sim r \rightarrow (\sim p \wedge \sim q)]$

5): $(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow \sim r$

6): $\sim\sim r$

7): $\sim(\sim p \wedge \sim q)$

8): $p \vee q$

9) q

AUTOEVALUACIÓN

DEMOSTRAR A TRAVÉS DE LA PRUEBA DIRECTA, CONDICIONAL E INDIRECTA LA VALIDEZ DE LOS SIGUIENTES PROBLEMAS

1) P1) $\sim P$
P2) $r \rightarrow q$
P3) $\sim p \rightarrow r$ // $\therefore q$

2) P1) $q \vee \sim r$
P2) $\sim q$
P3) $\sim r \rightarrow p$ // $\therefore p$

3) P1) $\sim p \rightarrow r$
P2) $r \rightarrow q$
P3) $\sim p$ // $\therefore q$

4) P1) $\sim q \rightarrow p$
P2) $\sim p$
P3) $q \rightarrow (r \vee \sim p)$ // $\therefore r \vee \sim p$

5) P1) $(p \wedge q) \rightarrow r$
P2) $p \wedge q$
P3) $r \rightarrow s$ // $\therefore s \vee t$

6) P1) $\sim (p \vee q)$
P2) $\sim q \rightarrow r$
P3) $r \vee p$ // $\therefore p \wedge \sim p$

7) P1) $\sim p \rightarrow (q \rightarrow r)$
P2) $\sim (\sim q \vee r)$
P3 $p \rightarrow (\sim r \wedge s)$ // $\therefore \sim r \wedge s$

8) P1) p
P2) q
P3) r
P4) $(p \wedge r) \rightarrow \sim s$ // $\therefore \sim s \wedge q$

9) P1) $\sim (p \rightarrow q)$
P2) $r \rightarrow s$
P3) $p \rightarrow r$ // $\therefore s \wedge \sim q$

10) P1) $p \rightarrow q$
P2) $r \rightarrow p$
P3) $q \rightarrow s$ // $\therefore \sim r \vee s$

11) P1) $q \vee (p \rightarrow r)$
P2) $\sim q$
P3) $(p \rightarrow r) \rightarrow p$ // $\therefore p$

12) P1) $\sim p \vee r$
P2) $\sim q$
P3) $\sim p \rightarrow q \;//\therefore\; r$

13) P1) $(q \rightarrow p) \quad (\sim r \rightarrow \sim q)$
P2) $\sim r$
P3) $\sim q \rightarrow s$
P4) $s \rightarrow (p \Leftrightarrow r) \;//\therefore\; p \Leftrightarrow r$

14) P1) $\sim (\sim p \vee q)$
P2) $\sim q \rightarrow (r \rightarrow s)$
P3) $\sim s$
P4) $\sim r \rightarrow (\sim s \rightarrow t) \;//\therefore\; (s \vee t) \wedge p$

15) P1) $p \rightarrow q$
P2) p
P3) $q \rightarrow (\sim q \vee r) \;//\therefore\; \sim q \vee r$

16) P1) $p \wedge \sim q$
P2) $\sim q \rightarrow r$
P3) $r \rightarrow \sim p \;//\therefore\; \sim p \wedge p$

17) P1) $\sim p \rightarrow q$
P2) $q \rightarrow (\sim r \wedge p)$
P3) $(\sim r \wedge p) \rightarrow s$
P4) $\sim s \;//\therefore\; p$

18) P1) $\sim (p \vee q)$
P2) $\sim p \rightarrow r$
P3) $r \rightarrow \sim s \;//\therefore\; \sim s$

19) P1) $\sim p \vee \sim q$
P2) $\sim r \rightarrow \sim (p \rightarrow \sim q)$
P3) $r \rightarrow (s \wedge \sim p) \;//\therefore\; \sim p \vee t$

20) P1) $\sim (r \vee p) \vee (s \wedge r)$
P2) $p \Leftrightarrow \sim r$
P3) $\sim t \vee p \;//\therefore\; t \rightarrow \sim s$

REDUCCIÓN AL ABSURDO

1) P1) $r \rightarrow (s \wedge t)$
   P2) $(\sim s \vee \sim t) \rightarrow w$ $// \therefore r \rightarrow w$

2) P1) $\sim p \rightarrow (q \vee r)$
   P2) $q \rightarrow \sim p$
   P3) $s \rightarrow \sim r$ $// \therefore q \rightarrow \sim s$

3) P1) $(p \vee r) \rightarrow \sim q$
   P2) $r \rightarrow (s \wedge t)$
   P3) $(\sim q \wedge s) \rightarrow w$ $// \therefore r \rightarrow w$

A)

P1) $q \rightarrow \sim r$

P2) $\sim (q \rightarrow \sim p)$

P3) $\sim p \Leftrightarrow q$ $// \therefore \sim p \vee s$

B)

P1) $\sim (r \rightarrow \sim p)$

P2) $r \rightarrow t$

P3) $\sim q \vee \sim t$

P4) $\sim q \rightarrow s$ $// \therefore \sim s \rightarrow z$

BIBLIOGRAFIA

AUSTEN CLARK. Mc Graw-Hill, Inc. 1992. BERTIE (Software para prueba de Deducción Natural (tipo Fitch) - Derivación).

SACRISTAN, Manuel. ARIEL. 1973. Introducción a la lógica y al análisis formal

SUPPES, Patrick. CECSA. 1971. Introducción a la lógica simbólica

SUPPES & HILL. REVERTE. 1988. Introducción a la lógica matemática

Lección No 10

LÓGICA PREDICATIVA

10.1.- Concepto

La lógica predicativa, llamada también lógica de predicados o lógica de proposiciones analizadas, es una parte de la lógica que estudia la estructura interna de las proposiciones, es decir las relaciones que podemos encontrar entre el sujeto y el predicado de la proposición. Para ello se utiliza los diagramas de Venn-Euler, el álgebra Boole y otros procedimientos decisorios.

10.2.- Notación Simbólica

A diferencia de Lógica Proposicional, en este sistema se emplean más símbolos, las mismas que

a) VARIABLES:

1) Predicativas: Representa a conjuntos o clases, para ello se usan las letras mayúsculas del alfabeto latino a partir de F, G, H,… o la letra inicial mayúscula del predicado en uso.

2) Individuales: Representa a elementos o sujetos plenamente identificados y se usa las letras minúsculas del alfabeto latino a partir de a, b, c,.....

Ejemplo: <u>Mario Pimentel</u> es un <u>profesor</u>

a F Fa o Pa

3) Variables Indeterminadas: Representa a elementos o sujetos desconocidos, no identificados, se usa las letras minúsculas x, y, z,....

Ejemplo: <u>Fulano</u> y <u>Mengano</u> son mis <u>amigos</u>.

x y F Fxy o Axy

Si <u>Aristóteles</u> fue <u>filósofo</u>, <u>Arquímedes</u> fue <u>matemático</u>

a F b M $Fa \rightarrow Mb$

b) CUANTIFICADORES:

4) Universal: Se refiere a todos y simbólicamente se representa: $(\forall x)$

5) Existencial: Se refiere a algunos y simbólicamente se representa: $(\exists x)$

c) SIMBOLOS DE LÓGICA PROPOSICIONAL

Además de los símbolos anteriores se usan los símbolos empleados en Lógica proposicional. Es decir:

6) Variables proposicionales : p, q, r, s.......z

7) Operadores : Monádico: " ~ ",

Diádicos: " $\wedge$ ", " $\vee$ ", "$\rightarrow$", "$\Leftrightarrow$", " Δ ", "$\downarrow$", " / "

8) Símbolos de agrupación “( )”, “[ ]” , “{ }” , “/ /” , “// //”

10.3.- Reglas de Formación

1. Cada variable proposicional por sí misma es una FBF.
2. Si F es un predicado, F,G,H… son FBFs.
3. Si A es una FBF., ~ (A) es una FBF.
4. Si A y B son FBFs., (A $\wedge$ B), (A v B), (A $\rightarrow$ B), (A $\leftrightarrow$ B) (A$\downarrow$B), (A / B), son FBFs.
5. Si A es una FBF. Entonces ($\forall$x) A y ($\exists$x)A son FBFs.
6. Ninguna otra fórmula es una FBF, en L.C.

RECONOCIMIENTO DE FÓRMULAS BIEN FORMADAS

Indique cuál de las siguientes fórmulas están bien formadas y cuáles no.

1. F y ($\forall$y)	----------	6. Fx v Hy	------------
2. x G	----------	7. ($\exists$x) (Fx v Mx)	------------
3. Fa b	----------	8. ($\forall$x) Fxyz	------------
4. ($\forall$x) Fx	----------	9. ~ ($\forall$y) Fy	------------
5. ($\forall$y) Fx	----------	10. ($\exists$x) Fx $\rightarrow$ Hx	------------

10.4.- Alcance de los Cuantificadores

Los cuantificadores son operadores monádicos y como tales, operan en un solo sentido: Hacia la derecha, es decir su efecto es exactamente como el de la negación.

El signo que sigue inmediatamente al cuantificador esta bajo el dominio de éste, es decir, bajo el alcance del cuantificador. Ejemplo:

$$\underbrace{(\forall x)\quad Ix}_{\text{Alcance}} \quad \wedge \quad Fx$$

$$(\exists x) \quad (Mx \rightarrow Ox) \wedge Hx$$

Alcance

Ejercicios

En las siguientes fórmulas señale con una línea el alcance de los cuantificadores:

1. $(\forall x)\ Fx \wedge Gx$
2. $(\exists x)\ [\sim Gx \wedge (Hx \rightarrow Fx)]$
3. $(\forall y)\ Fy \wedge (\exists x)\ Gx$
4. $(\forall x)(\exists y) \vee (Fx \rightarrow Gy)$
5. $(\exists y)\ [Fy \vee (\forall z)\ Gz] \wedge (\exists x) \sim Hx$

10.5.- VARIABLES LIBRES Y LIGADAS

Variables Libres.- Son aquellas variables que no están bajo el alcance de algún cuantificador.

Variables Ligadas.- Son aquellas variables que están afectados por algún cuantificador.

En las siguientes fórmulas señale con un círculo la (s) variable(s) libre(s).

1. $(\forall x)\ Fx$
2. $(\exists z)\ (Mz \wedge Ox)$
3. $(\forall y)\ (Fy \rightarrow Gy) \vee Fx$
4. $(\forall x)\ Fx \vee (\exists y)\ (Fy \wedge Nx)$
5. $(\exists x)\ \{[Mx \rightarrow (Mx \wedge Oz) \rightarrow Px]\}$
6. $(\forall x)(\exists y)(Fx \vee Gy)$

El cuantificador para afectar a una variable, debe tener la misma variable indeterminada de ésta.

10.6.- FÓRMULAS ABIERTAS Y CERRADAS

Fórmula Cerrada. Es aquella fórmula que presenta todas sus variables ligadas

Fórmula Abierta. Es aquella fórmula que contiene por lo menos una variable libre.

Ejercicio: De las siguientes fórmulas determine cuáles son abiertas y cuales son cerradas.

1. $(\forall x) (Fx \rightarrow Gy)$
2. $(\forall y) Fx \rightarrow Ga$
3. $(\exists x) My \rightarrow Fx$
4. $Fa \rightarrow (\forall x) (Fx \wedge Gy)$
5. $[(\exists x) Fx \wedge (\forall x) Gx] \wedge Hx$
6. $Fx \vee Gy$
7. $(\forall x) Gx$
8. $(\exists x) Hx \wedge (\forall x) Fx$
9. $(\forall x) Mx \wedge q$
10. $Fx \wedge (\forall x) (Fx \rightarrow Gx)$

10.7 Reglas de Intercambio Cuantificacional (RIC)

Las siguientes leyes expresan relaciones de equivalencias entre el cuantificador universal y el existencial.

$(\forall x) Fx \equiv \sim (\exists x) \sim Fx$

$\sim (\forall x) Fx \equiv (\exists x) \sim Fx$

$(\exists x) Fx \equiv \sim (\forall x) \sim Fx$

$\sim (\exists x) Fx \equiv (\forall x) \sim Fx$

Ejemplo:

$\sim (\exists x) [Fx \rightarrow (\sim Gx \vee \sim Hx)] \equiv (\forall x) \sim [Fx \rightarrow (\sim Gx \vee \sim Hx)]$

Ejercicios: Obtenga las fórmulas equivalentes.

1. $\sim (\forall x) Fx$
2. $\sim (\exists x) \sim Gx \wedge Mx$
3. $\sim (\exists y) Mx \rightarrow \sim (\forall z) \sim Gx$
4. $\sim (\forall x) (\forall y) Fxy$
5. $(\forall x) Mx \rightarrow \sim (\exists x) Gxy$

10.8 Reglas de Distribución de Cuantificadores

$(\forall x) (\varnothing x \wedge \psi x) \leftrightarrow [(\forall x) \varnothing x \wedge (\forall x) \psi x]$

$(\exists x)\ (\varnothing x \vee \psi x) \leftrightarrow [\ (\exists x)\ \varnothing x \vee (\exists x)\ \psi x\ )$

$(\forall x)\ (\varnothing x \rightarrow \psi x) \rightarrow [\ (\forall x)\ \varnothing x \rightarrow (\forall x)\ \psi x\ ]$

$(\exists x)\ (\varnothing x \wedge \psi x) \rightarrow [\ (\exists x)\ \varnothing x \wedge (\exists x)\ \psi x\ )$

Ejemplo:

$\sim (\exists x) \sim (Fx \wedge Gx) \quad \equiv \quad (\forall x)\ (Fx \wedge Gx)$

Ejercicios:

1. $(\exists x) \sim (Fx \wedge Gx)$
2. $(\exists x)\ (Fx \rightarrow \sim Gx)$
3. $(\forall x) \sim (Fx \vee Hx)$
2. $(\forall x)\ [\ (Fx \rightarrow Gx) \leftrightarrow Ox\ ]$
3. $(\exists y)\ (My \wedge Oy) \vee Hy$

Lección No 11

LOS CUATRO MODELOS BÁSICOS DE PROPOSICIONES CATEGÓRICAS TÍPICAS

11.1.- Los Cuatro Modelos Básicos de Proposiciones Categóricas

Para comprender este punto debemos entender lo siguiente: “Toda proposición categórica tiene 4 partes”.

Cuantificadores	Sujeto	Cópula	Predicado
$(\forall x)$, $(\exists x)$	**S**	**SER**	**P**

Estas son las cuatro proposiciones:

A	Todos los	S son	P
E	Ningún	S es	P
I	Algunos	S son	P
O	Algunos	S no son	P

Las vocales que aparecen a la izquierda son los nombres con que se conocen a estas proposiciones desde que los medievales enseñaban el famoso Cuadro de Boecio.

a) El **ESQUEMA A** CORRESPONDE A LA PROPOSICION:

Todo hombre es economista $(\forall x)\ (Hx \rightarrow Ex)$

Todo S es P

b) EL **ESQUEMA E** CORRESPONDE A LA PROPOSICION:

Ningún hombre es economista $(\forall x)\ (Hx \rightarrow \sim Ex)$

Ningún S es P.

c) EL **ESQUEMA I** CORRESPONDE A LA PROPOSICION:

Algunos hombres son economistas $(\exists x)\ (Hx \wedge Ex)$

Algún S es P.

d) EL **ESQUEMA O** CORRESPONDE A LA PROPOSICION:

Algunos hombres no son economistas $(\exists x)\ (Hx \wedge \sim Ex)$

Algún S no es P.

No siempre en una proposición están explícitamente los cuantificadores, ya que tienen presencia tácita.

Ejemplos:

- Cada mujer tiene sentimientos = Toda mujer tiene sentimientos
- Cualquier vertebrado tiene huesos = Todo vertebrado tiene huesos

Comprueba tus conocimientos simbolizando las siguientes proposiciones:

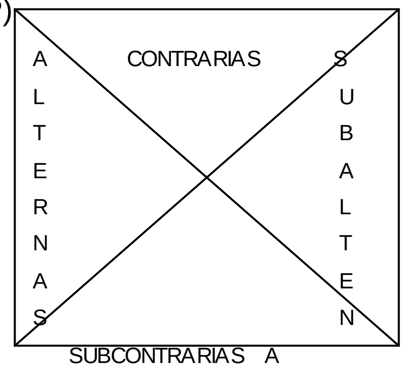
1. Ningún sabio es mentiroso ------------------------------------
2. Todos los automóviles son rápidos ------------------------------------
3. Algunos profesores son inteligentes ------------------------------------
4. Algunos conejos no son blancos ------------------------------------
5. Todas las plantas son verdes ------------------------------------
6. Algunos hombres son buenos ------------------------------------
7. Todos los niños son preguntones ------------------------------------
8. Los leones son carnívoros ------------------------------------
9. Algunos profesionales no trabajan ------------------------------------
10. Ningún adulto es niño ------------------------------------
11. Los hombres son sensibles ------------------------------------
12. Cada millonario es vanidoso ------------------------------------
13. Los economistas son matemáticos ------------------------------------
14. Cualquier contador es exacto ------------------------------------
15. Las mujeres son bonitas y cautivadoras ------------------------------------

11.2.- El Cuadro de Boecio

Tradicionalmente se atribuye al lógico Ancius Boecio, que vivió entre los años 480-524 de nuestra era una manera muy especial de clasificar y presentar las cuatro proposiciones predicativo-categóricas clásicas. Boecio, según narra la tradición, presenta la clasificación mediante el siguiente gráfico conocido como cuadro de oposición o simplemente el Cuadro de Boecio:

(A) Todos S es P — (E) Ningún S es P

$(\forall x)\ (S \rightarrow P)$ — $(\forall x)\ (S \rightarrow \sim P)$



$(\exists x)\ (S \wedge P)$ — $(\exists x)\ (S \wedge \sim P)$

(I) Algunos S es P — (O) Algunos S no son P

Afirma la A,	niega E;	pero ambas, Universales
Afirma la I,	niega la O;	pero, ambas, Particulares.

A	=	Indica la proposición Universal – Afirmativa (Todos)
E	=	Indica la proposición Universal – Negativa. (Ningún)
I	=	Indica la proposición Particular – Afirmativa (Algunos)
O	=	Indica la proposición particular – Negativa. (Algunos no)

Podemos afirmar que la lógica Aristotélica se redujo al conocimiento de estas cuatro proposiciones y a las inferencias que se pueden construir con ellas.

Las proposiciones de las formas A.O son recíprocamente contradictorias, así mismo , lo son las formas E,I. Dos proposiciones son contradictorias cuando difieren de cantidad y cualidad.

EQUIVALENCIAS DE PROPOSICIONES: (Contradictorias)

Esto significa que A es igual a la negación de O y, recíprocamente,
O es igual a la negación de A.

También que E es igual a la negación de I, e

I es igual a la negación de E.

La relación anterior entre las proposiciones puede verse entre las proposiciones puede verse con más claridad a través del siguiente esquema:

$$A \equiv \sim O$$
$$\sim A \equiv O$$
$$I \equiv \sim E$$
$$\sim I \equiv E$$

Esto significa que una proposición verdadera implica su contradictoria falsa, y una proposición falsa implica su contradictoria verdadera. Por ejemplo:

* Es verdad que todos los gatos son vertebrados = Proposición Universal Afirmativa Verdadera

* Es falso que algunos gatos no son vertebrados = Proposición Particular Negativa Falsa

Si es falso que algunos gatos no son vertebrados" entonces es cierto que todos los gatos son vertebrados"

Existe una relación válida de equivalencia que puede ser expresada de la siguiente manera:

Todos los gatos son vertebrados si y sólo si es falso que algunos no son vertebrados.

Ahora elabora proposiciones y encuentra sus equivalencias:

a) ____

Equivalente:____

b) ____

Equivalente:____

c) ____

Equivalente:____

d) ————————————————————————————————-

Equivalente:____

SIMBOLIZACIONDE PROPOSICIONES CATEGORICAS:

Tenemos que tener en cuenta las siguientes formas:

A	Todos los S son P	$(\forall x)\ (Sx \rightarrow Px)$
E	Ningún S es P	$(\forall x)\ (Sx \rightarrow \sim Px)$
I	Algunos S son P	$(\exists x)\ (Sx \wedge Px)$
O	Algunos S no son P	$(\exists x)\ (Sx \wedge \sim Px)$

Observa que, cuando el cuantificador es universal, el término de enlace (son) se representa a través de la condicional y cuando el cuantificador es existencial, el término de enlace (son) es una conjunción.

Ahora realizar la simbolización:

	LENGUAJE NATURAL	**LENGUAJE LOGICO**
1.	Algunos contadores son auditores	----------------------------
2.	Ningún animal es inmoral	----------------------------
3.	Todos los médicos y abogados son hombres de bien	----------------------------
4.	Ningún congresista gobiernista es no sincero	----------------------------
5.	Los libros y los lapiceros son descartables	----------------------------
6.	Ningún canadiense es peruano	----------------------------
7.	Todos los gatos son carnívoros.	----------------------------
8.	Los peces y las ballenas viven en agua	----------------------------
9.	No todos los alumnos aprueban el curso	----------------------------
10.	No todos los astronautas son científicos	----------------------------
11.	Algunos militares son sentimentales	----------------------------
12.	Algunos no campesinos son profesionales	----------------------------

Simboliza los siguientes argumentos en el sistema de Lógica Cuantificacional

1. Todos los peruanos son Latinoamericanos. De ahí que, algunos ciudadanos no Latinoamericanos no son peruanos.

   ....

2. Algunos economistas no contadores no son incultos; en consecuencia, algunos economistas son contadores.

   ....

3. Todos los administradores son profesionales y algunos peruanos son médicos. De modo que, algunos profesionales son peruanos.
....

4. Ningún economista o jardinero es astronauta, Julia López es astronauta. De ahí que, no era economista
....

5. Todos los profesores son lógicos. Por lo tanto Ningún no lógico es profesor
....

6. Ningún león toma café. Todos los leones son feroces. Por lo tanto, algunos seres que son feroces no toman café.
....

7. Si es imposible que, escribas versos y no seas poeta, entonces eres literato o estás enamorado.
....

8. Frege era alemán y matemático; ya que, si dominaba la lógica, era matemático.
....

Actividades: Simbolizar las proposiciones siguientes.

a) Algunos seres no son inteligentes
b) Ningún animal no es moral
c) Todos los médicos y abogados son hombres de bien
d) Ningún congresista no es sincero
e) Los libros y los lapiceros no son descartables
f) Ningún chileno es no peruano
g) Es falso que todos los profesores de lógica no sean hábiles
h) Todos los gatos son de color pardo
i) Es falso que los campesinos no trabajen en la tierra.

- **Obtener el equivalente de las proposiciones anteriores en lenguaje natural**

a) ....
b) ....
c) ....
d) ....
c) ....
d) ....
d) ....
e) ....

f) ....

g) ....

h) ....

i) …………………………………………………………………………….

Actividades

Elaborar 20 proposiciones teniendo en cuenta las cuatro proposiciones categóricas típicas, luego simbolice. Obtener el equivalente de las mismas proposiciones usando sus contradictorias.

11.3 EL SILOGISMO CATEGÓRICO

Concepto.- El silogismo categórico es un tipo de inferencia que consta de tres proposiciones categóricas y de tres términos. Las dos primeras proposiciones se llaman premisas y la tercera, conclusión. La conclusión contiene dos de sus tres términos: el termino mayor es el predicado de la conclusión y se le representa con la letra mayúscula P; el término menor es el sujeto de la conclusión y se le representa con la letra S; el término común a ambas premisas que contiene al término mayor se llama premisas mayor y la que contiene al término menor se denomina premisa menor.

Ejemplo:

PREMISAS	Ningún $\underset{P}{\underline{\text{mamífero}}}$ es $\underset{M}{\underline{\text{insecto}}}$	(Premisa Mayor)
	Algunos $\underset{S}{\underline{\text{animales}}}$ son $\underset{M}{\underline{\text{mamíferos}}}$	(Premisa Menor)
CONCLUSION	Luego algunos $\underset{S}{\underline{\text{animales}}}$ no son $\underset{P}{\underline{\text{insectos}}}$	

S	=	animales	(término menor: sujeto de la conclusión)
P	=	insecto	(término mayor: predicado de la conclusión)
M	=	mamíferos	(término medio: común a ambas premisas)

Premisa mayor: Contiene al término mayor (mamífero) y al término medio (insecto)
Premisa menor: Contiene al término menor (animales) y al término medio (insecto)
Conclusión : Contiene al término menor (animales) y al término mayor (insecto)

1.4.- Modos y Figuras del Silogismo. Los modos del silogismo categórico hacen referencia al orden y al tipo de proposición categórica que contiene: cada modo se representa por una terna de letras: la primera designa a la premisa mayor; la segunda a la premisa menor y la tercera a la conclusión. Así en el modo AIO, la premisa mayor es una A, la premisa menor es una I, y la conclusión es una O.

Las figuras del silogismo categórico hacen referencia a la posición del término medio en las premisas. En efecto. El término medio puede cumplir la función de sujeto en la premisa mayor y de predicado en la premisa menor (1ra figura), o de predicado en ambas premisas (2da figura), o el sujeto en ambas (3ra figura), o de predicado en la mayor y sujeto en la menor (4ta. figura).

1RA FIGURA	2DA FIGURA	3RA FIGURA	4TA FIGURA
M P S M S P	P M S M S P	M P M S S P	P M M S S P

Las 15 formas válidas silogísticas son las siguientes:

1ER MODO	2DO MODO	3ER MODO	4TO MODO
1-AAA	2-EAE	3-I A I	4-AEE
1-EAE	2-AEE	3-A I I	4-I A I
1-A I I	2-EIO	3-OAO	4-EIO
1-EIO	2-AOO	3-EIO	

Actividades

Dada las siguientes formas lógicas construir silogismos:

Ejemplo:

4-EE

Término Mayor : Adolescentes

Término Menor : Idealistas

Término Medio : Susceptibles

A Todos los adolescentes son idealistas

P M

E Ningún idealista es susceptible

M S

E Ningún susceptible es adolescente

S P

2-EAE

T. Mayor : artistas

T. Menor : guitarristas

T. Medio : Músicos

1-AII

T. Mayor : filósofos

T. Menor : cultos

T. Medio : científico

Hallar la figura y modo, luego formalizar cuantificacionalmente los siguientes silogismos:

a) Las máquinas atómicas son productoras de energía. Las estrellas son máquinas atómicas. Por lo tanto, las estrellas son productoras de energía

b) Aldebaran (pertenece a la constelación del Toro y es una estrena gigante) es más grande que el sol. Antares pertenece a la constelación de Escorpión y es una estrella supergigante) es más grande que el sol. De modo que, Antares es más grande que aldebarán.

e) Las personas dotadas por la naturaleza con las mismas facultades son seres que deben desempeñar los mismos oficios en el Estado. Los individuos de ambos sexos son personas dotadas por la naturaleza con las mismas facultades. Luego, los individuos de ambos sexos deben desempeñar los mismos oficios en el Estado.

d) Los insectos tienen respiración traqueal. Las libélulas son insectos. De modo que las libélulas tienen respiración traqueal.

e) Los peces tienen columna vertebral. Los pulpos no tienen columna vertebral. Esto demuestra que los pulpos no son peces.

f) Algunos artrópodos son crustáceos. Todos los artrópodos son animales con simetría, bilateral. Luego, algunos animales con simetría bilateral son crustáceos.

g) Ningún miriápodo es acuático. Algunos acuáticos son crustáceos. Entonces, algunos crustáceos no son míriápodos.

h) Los cuadriláteros son poligonos. Los rombos son polígonos. Luego, los rombos son cuadriláteros.

í) Todo número par es la suma de varios números. Todo número impar es la suma de varios números. Luego, todo número impar es un número par.

j) Todos los halcones tienen alas. Algunos animales no tienen alas. Luego, algunos animales no son halcones.

k) Todos los ciudadanos son peruanos. Todos los parlamentarios son peruanos. En consecuencia, Todos los parlamentarios son ciudadanos.

l) Los periodistas son sagaces. Algunos médicos son sagaces. Luego, algunos médicos son periodistas.

m) Todos los emperadores son políticos Algunos genios militares son emperadores. Luego, los genios son políticos.

n) Los grandes estrategas son dominadores del mundo. Algunos grandes estrategas son esclavos de si mismos. Luego, algunos esclavos de sí mismos son dominadores del mundo,

Sesión 12
EL MÉTODO DE LA DERIVACIÓN O DEDUCCIÓN NATURAL EN LC

En la lógica cuantificacional monádica de primer orden, las inferencias en lenguaje natural se simbolizan en fórmulas o esquemas cuantificados (es decir en lenguaje lógico). Dichas fórmulas pueden transformarse en otras fórmulas equivalentes recíprocas mediante la aplicación de reglas lógicas. Es así que una expresión en lenguaje natural puede expresarse mediante un lenguaje lógico, manteniendo su equivalencia. A los esquemas cuantificados se les aplica determinados procedimientos decisorios para probar la validez o invalidez de una inferencia.

La deducción natural o derivación es una prueba formal que sirve para probar o demostrar fórmulas o inferencias válidas. En lógica cuantificacional el proceso de la prueba o demostración usa las mismas reglas de la lógica proposicional. Cuando se tiene que aplicar las reglas para suprimir y agregar cuantificadores algunas veces es necesario usar restricciones en las operaciones con los cuantificadores.

12.1.- Reglas para suprimir y agregar cuantificadores

Existen las 4 reglas siguientes:

1. Eliminación del cuantificador universal (ECU)

$(\forall x)Fx$

———-

$\therefore$ Fx

Permite prescindir del cuantificador universal durante la derivación. Según esta regla, a partir de una cuantificación universal se puede deducir cualquier cosa. Esta regla también se llama especificación universal, eliminación universal o instanciación universal

2. Eliminación del cuantificador Existencial (ECE)

(∃x) Fx

————–

∴ Fx

Permite prescindir del cuantificador existencial durante derivación. Según esta regla a partir de una cuantificación existencial se puede deducir cualquier cosa.

3. Inclusión del cuantificador universal (ICU)

Fx

————–

∴ (∀x)Fx

Autoriza a agregar el cuantificador universal o un enunciado implicativo. Según esta regla, a una variable ligada se le puede agregar el cuantificador universal.

4. Inclusión del Cuantificador Existencial (ICE)

Fx

—————–

∴ (∃x) Fx

Autoriza adicionar el cuantificador existencial a un enunciado conjuntivo. Según esta regla es correcto adicionar un cuantificador existencial a una variable libre.

Estas reglas se aplican a tres tipos de pruebas: directa, condicional e indirecta o reducción al absurdo.

RESTRICCIONES EN LA DERIVACION CON CUANTIFICADORES

Las restricciones se usan en casos necesarios sobre todo cuando el cuantificador negado o no negado, es el operador principal en cada premisa:

1. Para eliminar un cuantificador negado primero se interna la negación.
2. Para eliminar los cuantificadores, primero se eliminan los cuantificadores existenciales, introduciendo una constante individual en cada caso.
3. Cada cuantificador universal debe interpretarse en un universo donde el número exacto de constantes individuales sea el que aparece en la inferencia.
4. Cuando el operador principal es el cuantificador universal en todas y cada una de las premisas, se pueden eliminar los cuantificadores usando en la sustitución sólo la variable arbitrariamente elegida.
5. Debe cerrarse la fórmula abierta en una premisa.
6. Si la conclusión de la inferencia está cuantificada, se introduce los cuantificadores según las reglas de introducción de los cuantificadores.

12.2.- Procedimiento para demostrar la validez o invalidez del silogismo mediante la deducción natural (Derivaciones) con formulas cuantificadas

1. Representar simbólicamente el silogismo y obtener una fórmula o esquema cuantificacional.

2. Eliminar cuantificadores mediante reglas de simplificación universal (ECU) o de simplificación existencial (ECE)

3. Aplicar las reglas de deducción natural ya conocidas y así obtener conclusiones o fórmulas sin cuantificadores.

4. Reintroducir los cuantificadores mediante reglas de Inclusión Universal (ICU) o de Inclusión Existencial (ICE) y así obtener la conclusión final.

5. Indicar el número de cada paso, la justificación de cada línea con la abreviatura de cada regla aplicada y los números de las líneas de las que se deduce cada paso.

12.3 La Prueba Directa

Es un procedimiento formal que consiste en derivar la conclusión partiendo de premisas previas. En la secuencia, cada paso se justifica por una regla lógica o por una restricción. La demostración concluye cuando el último paso coincide con la fórmula de la conclusión de la inferencia, y así queda demostrada la validez de la inferencia.

Ejemplo:

1. P_1 Ningún profesor es economista

P_2 Es falso que ningún profesor es administrador

Luego, algunos administradores no son economistas

Simbolizando y aplicando la derivación:

P_1	$(\forall x)\ (Px \longrightarrow \sim Ex)$	
P_2	$\sim (\forall x)\ (Px \longrightarrow \sim Ax)$	$// \therefore\ (\exists x)\ (Ax \wedge \sim Ex)$
3.	$(\exists x) \sim(Px \longrightarrow \sim Ax)$	(2) IN
4.	$Px \longrightarrow \sim Ex$	(1) ECU
5.	$\sim(Px \longrightarrow \sim Ax)$	(3) ECE
6.	$Px \wedge Ax$	(5) IMP
7.	Px	(6) SIMP
8.	$\sim Ex$	(4,7) MP
9.	Ax	(6) SIMP
10.	$Ax \wedge \sim Ex$	(9,8) CONJ
11.	$(Ex)(Ax \wedge \sim Ex)$	(10) ICE.

Luego de aplicarse en las secuencias del 3 al 11 las reglas respectivas queda demostrada la validez de la inferencia.

2. 1. Sólo los materialistas son no creyentes

2. Todos los economistas y administradores son materialistas

3. Todos los idealistas son creyentes

Luego, ningún idealista es economista o administrador

Simbolizando y aplicando la derivación:

P_1 (∀x) (Mx ≡ ~ Cx)

P_2 (∀x) [(Ex V Ax) —> Mx]

P_3 (∀x) (I x —> Cx)

∴ (∀x) [Ix —> ~ (Ex V Ax)]

4.	(Mx ≡ ~ Cx)	(1) ECU
5.	[(Ex V Ax) —> Mx]	(2) ECU
6.	(Ix —> Cx)	(3) ECU
7.	Mx —> ~Cx) ∧ (~ Cx —> Mx)	(4) Def. Bicond.
8.	Mx —> ~ Cx	(7) SIMP
9.	[(Ex V Ax) —> ~ Cx]	(5,8) S.H.
10.	[(Cx —> ~ (Ex V Ax)]	(9) Trans.
11.	[Ix —> ~ (Ex V Ax)]	(6,10) S.H.
12.	(∀x) [Ix —> ~ (Ex V Ax)]	(11) ICU.

(3) Ningún rimense o limeño es cuzqueño. Jorge es cuzqueño. Luego no es rimense.

P_1 Ningún rimense o limeño es cuzqueño

P_2 Jorge es cuzqueño.

Luego. Jorge no es rimense.

1. (∀x) [(Rx V Lx) —> ~ Cx]
2. Ca //∴ ~ Ra

3.	[(Ra V La) —> ~ Ca]	(1) ECU
4.	~ (Ra V La)	(3,2) MT
5.	~ Ra ∧ ~ La	(4) D.M
6.	~ Ra	(5) SIMP

Ejercicios:

Verificar a través de la deducción natural la validez de los siguientes, los ejercicios referidos en el 3.4

LA PRUEBA CONDICIONAL

Es un procedimiento formal para demostrar la validez de una inferencia que tiene una conclusión condicional. El procedimiento consiste en introducir como premisa adicional el antecedente de la fórmula condicional que representa a la conclusión. Luego a partir del conjunto de premisas y la premisa adicional se aplican las reglas de inferencia y de restricción, hasta deducir el consecuente de la conclusión. Finalmente se aplica la prueba condicional, la cual coincide con la fórmula de la conclusión, quedando así demostrada la validez de la inferencia.

Ejemplo:

(1) Ningún idealista es abogado y los profesores son idealistas. Luego, ningún profesor es abogado.

P_1 Ningún idealista es abogado

P_2 Los profesores son idealistas

Luego, ningún profesor es abogado

1.	$(\forall x)\ (Ix \longrightarrow \sim Ax)$	
2.	$(\forall x)\ (Px \longrightarrow Ix)\ //\therefore (\forall x)\ (Px \longrightarrow \sim Ax)$	
3.	Px	P.Ad
4.	$Ix \longrightarrow \sim Ax$	(1) ECU
5.	$Px \longrightarrow Ix$	(2) ECU
6.	Ix	(5,3) MP
7.	$\sim Ax$	(4,6) MP
8.	$Px \longrightarrow \sim Ax$	(3,7) PC
9.	$(\forall x)\ (Px \longrightarrow \sim Ax)$	(8) ICU

(2)

P_1	$(\exists x) \sim Ax \longrightarrow (\exists x)\ (Fx \wedge Gx)$	
P_2	$(\forall x)\ (Gx \longrightarrow Hx)\ //\therefore\ \sim(\forall x)\ Ax \longrightarrow \sim(\forall x) \sim Hx$	
3.	$\sim (\forall x)\ Ax$	Prem. Ad
4.	$(\exists x) \sim Ax$	(3) RIC
5.	$(\exists x)\ (Fx \wedge Gx)$	(1,4) MP
6.	$Fa \wedge Ga$	(5) ECE
7.	$Ga \longrightarrow Ha$	(2) RIC
8.	Ga	(6) SIMP
9.	Ha	(7,8) MP
10.	$(\exists x)\ Hx$	(9) ICE
11.	$\sim (\forall x) \sim Hx$	(10) RIC

12.	~ (∀x) Ax —> ~ (∀x) ~ Hx	(3,11) PC

(3)	P_1	(∀x) [(Rx V Sx) —> ~ Tx]	
	P_2	(∀x) (Fx —> Tx) //∴ (∀x) (Rx —> ~ Fx)	
	3.	Rx	Premisa Adicional
	4.	(∀x) Rx	(3) cerrando la fórmula
	5.	(Ra V Sa) —> ~ Ta	(1) ECU
	6.	Fa —> Ta	(2) ECU
	7.	Ra	(4) ECU
	8.	Ra V Sa	(7) Ad.
	9.	~ Ta	(5,8) MP
	10.	~ Fa	(6,9) MT
	11.	Ra —> ~ Ma	(3,10) PC
	12.	(∀x) (Rx —> Fx)	(11) ICU

Resumen

- El método de la deducción natural o derivación en la lógica cuantificacional monádica de primer orden, permite probar o demostrar la validez o invalidez de inferencias. Usa las mismas reglas de la lógica proposicional y otras reglas para eliminar e introducir cuantificadores.
- Las reglas para suprimir y agregar cuantificadores son: la eliminación universal (ECU), la eliminación existencial (ECE), la inclusión universal (ICU), la inclusión existencial (ICE).

- Existen procedimientos para demostrar la validez o invalidez de silogismos mediante la deducción natural o derivación con fórmulas cuantificadas.

- Además hay restricciones que se usan cuando el cuantificador negado o no negado es el operador principal en cada premisa.

- Hay tres tipos de pruebas: Prueba directa (PD), prueba condicional (PC), prueba indirecta (PI) los cuales demuestran la validez de la inferencia.
- Los temas y ejemplos desarrollados permitirán resolver las actividades aplicativas así como la autoevaluación. También puede consultar el glosario y la bibliografía o referencias respectivas.

Actividades

Use la prueba directa y deduzca la conclusión mediante las reglas y el procedimiento correspondiente.

1. Todos los alumnos son estudiosos y hay por lo menos un alumno. Por consiguiente, hay un estudioso.
2. Ningún peruano o argentino es europeo. Manuel es europeo. En consecuencia no es peruano.
3. Todos los jóvenes educados son cultos y algunos jóvenes educados son cultos. Luego, algunos educados son cultos.
4. Ningún triángulo es circular. Algunos triángulos son figuras. Deduzco que algunas figuras no son circulares.
5. Todos los animales son mortales. Todos los seres humanos son animales. Concluyo que, todos los seres humanos son mortales.

Use la prueba condicional y deduzca la conclusión mediante las reglas y el procedimiento correspondiente.

6. 1. $(\forall x)$ (Hx —> Fx)
   2. $(\forall x)$ (Fx —> Gx) //$\therefore$ $(\forall x)$ /Hx —> Gx)

7. 1. $(\forall x)$ (Gx $\equiv$~F)
   2. $(\forall x)$ [~Fx —> ~(Hx v Ix)]
   3. $(\exists X)$ ~(Jx —> Gx) //$\therefore$ $(\forall x)$ [Jx —> (~Hx $\wedge$ ~Ix)]

8. 1. $(\forall x)$ (Gx —> Hx)
   2. $(\forall x)$ (Hx —> Mx) //$\therefore$ $(\forall x)$ (Gx —>Mx)

9. 1. $(\forall x)$ (~Vx —> Ix)]
   2. $(\forall x)$ [(Fx v Ax) —> ~Vx)] //$\therefore$ $(\forall x)$ [(Ax v Fx) —> Ix)

10. 1. $(\forall x)$ (Fx —> Hx)]
    2. $(\forall x)$ (Hx —> Gx) //$\therefore$ $(\forall x)$ (Fx —> Gx)

Autoevaluación

1. ¿Qué es la deducción natural en lo lógico cuantificacional de primer orden?. Escriba un ejemplo.

2. ¿Qué es la prueba directa en la lógica cuantificacional monádica de primer orden?. Formule un ejemplo.
3. ¿Qué es la prueba condicional en la lógica cuantificcional monádica de primer orden? Plantee un ejemplo.
4. ¿A quién se atribuye el invento de la lógica cuantificacional?
5. ¿Qué es un procedimiento decisorio?
6. ¿Quén fue Juan Bautista Ferro y cuál es su aporte a la lógica?

BIBLIOGRAFIA

1. AGUIRRE CARDENAS, Max (1987) *Introducción a la Lógica Matemática* Universidad Nacional San Antonio Abad del Cusco. Perú.
2. COPI M. Irving y COHEN Carl (1995) *Introducción a la Lógica*. LIMUSA. México
3 CHAVEZ NORIEGA, Alejandro:(1984) *Introducción a la Lógica*. AMARU 1ra. Edición Lima-Perú.
4. GARCIA ZARATE, Oscar (1996) *Qué es la Lógica*. Zaragoza SRL. Lima - Perú.
5. PISCOYA HERMOZA, Luis (1997): *Lógica* Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Facultad de Educación (PPD) Lima- Perú.
6. QUINE V.O. (1997): *Los Métodos de la Lógica*. Ed. Planeta. México
7. REA RAVELLO, Bernardo: (1982): *Introducción a la Lógica*. AMARU. Lima-Perú.
8. TRELLES MONTERO, Oscar y ROSALES PAPA, Diógenes: (2000): *Introducción a la Lógica.* Pontificia Universidad Católica del Perú. Fondo Editorial Lima-Perú.